

[e-Prelude.com](http://e-Prelude.com)

**Module pédagogie**

**Le simulateur de files d'attente**

# Accès au simulateur de files d'attente

- L'accès au simulateur de stock n'est possible que pour les professeurs et si le module Pédagogie est activé pour le cours.
- Dans le module [Pédagogie](#) (dans la liste des répertoires de la page Gestion des documents), sélectionner le sous-répertoire [Files d'attente](#).
- Dans la liste des fichiers, sélectionner [WaitingLine](#) et cliquer sur [Ouvrir](#).

# Principe du simulateur de files d'attente

- Le simulateur de files d'attente a pour objectif d'illustrer les concepts abordés de façon théorique
- Le système
  - calcule l'état du système à partir des formules classiques décrites plus loin
  - simule l'arrivée de clients et leur service sur un grand nombre de périodes
- Il calcule les performances en termes de
  - Temps d'attente
  - Temps de service
  - Utilisation des serveurs
  - Coût total de gestion
- L'unité de temps est quelconque mais est unique pour tout le système
- On ne traite que des lois exponentielles

# La fenêtre du simulateur

**e-Prelude** TestLaurent2

**Simulateur de files d'attente**

Cadence d'arrivée (lambda) : 
 Intervalle entre arrivées : 
 Coût lié à l'attente : 
 Nombre d'arrivées :

Cadence de service (mu) : 
 Temps moyen de service : 
 Coût inactivité serveur : 
 Arrivées affichées :

Intensité du trafic (rho) : 
 Nombre minimum de serveurs : 
 Coût fixe serveur : 
 Durée de la simulation :

Nombre de serveurs : 
 Taux d'utilisation (%) : 
 % temps système vide : 
 Probabilité d'attente :

Nombre moyen clients : 
 Nombre moyen clients en cours : 
 Temps moyen de séjour : 
 Coût d'attente des clients :

Nombre clients en attente : 
 Temps moyen d'attente : 
 Temps d'inactivité serveurs : 
 Coût d'inactivité des serveurs :

#	Type	Cadence d'arrivée	Temps de service	Taux Util (%)	Nombre serveurs	Longueur File	Nb Clients	Temps d'attente	Temps de séjour	Inactivité serveurs	Temps vide (%)	Coût total
1	S	76.4862	0.0174	66.06	2	0.96	2.23	0.0154	0.0329	0.6732	0.1787	210.59
2	S	71.6598	0.0213	72.91	2	0.60	1.97	0.0117	0.0330	0.4960	0.1366	6.77
3	A	75.9000	0.0183	69.63	2	1.31	2.70	0.0173	0.0356	0.6073	0.1790	13.93
4	S	81.4689	0.0166	67.47	2	2.41	3.69	0.0245	0.0411	0.6500	0.2018	24.86
5	S	73.6622	0.0164	58.72	2	0.31	1.33	0.0057	0.0221	0.7969	0.2263	4.41
6	S	86.4966	0.0188	80.94	2	1.32	2.81	0.0187	0.0376	0.3625	0.0885	13.63
7	S	70.2494	0.0171	60.21	2	0.39	1.54	0.0054	0.0225	0.7884	0.2310	5.14
8	S	75.6950	0.0219	83.72	2	1.74	3.33	0.0268	0.0487	0.3210	0.0764	17.69

#	Date d'arrivée	Intervalle	Numéro serveur	Temps d'attente	Date début	Durée service	Date fin	Temps séjour	Longueur File	Nb Clients
1	0.0000	0.0000	1	0.0000	0.0000	0.0733	0.0733	0.0733	0	4
2	0.0278	0.0278	2	0.0000	0.0278	0.0545	0.0823	0.0545	0	3
3	0.0283	0.0005	1	0.0451	0.0733	0.0240	0.0973	0.0691	0	6
4	0.0559	0.0276	2	0.0264	0.0823	0.0165	0.0989	0.0429	1	5
5	0.0585	0.0026	1	0.0389	0.0973	0.0032	0.1006	0.0421	2	3
6	0.0855	0.0271	2	0.0133	0.0989	0.0007	0.0996	0.0140	1	4
7	0.0914	0.0059	2	0.0082	0.0996	0.0436	0.1432	0.0518	2	4
8	0.0921	0.0007	1	0.0085	0.1006	0.0174	0.1180	0.0259	3	5
9	0.0955	0.0034	1	0.0225	0.1180	0.0251	0.1431	0.0476	4	5
10	0.1029	0.0075	1	0.0402	0.1431	0.0553	0.1984	0.0955	1	3

Saisie des données

Résultats analytiques

Résultats des simulations successives

Déroulement de la simulation

Graphe des temps d'attente et du nombre de clients

# Saisie des données physiques

- Loi d'arrivée exprimée de deux façons (bouton  )
  - en cadence (nombre d'arrivée par unité de temps)  $lambda : \lambda$
  - en intervalle de temps entre deux arrivées :  $1/\lambda$
- Loi de temps de service d'arrivée exprimée de deux façons (bouton  )
  - en cadence (nombre de service par unité de temps)  $mu : \mu$
  - en temps moyen de service :  $1/\mu$
- L'intensité du trafic notée  $rho : \rho = \lambda / \mu$
- Le nombre minimum de serveurs nécessaires

Cadence d'arrivée (lambda) :	<input type="text" value="75.9"/>		Intervalle entre arrivées :	<input type="text" value="0.013"/>
Cadence de service (mu) :	<input type="text" value="54.5"/>		Temps moyen de service :	<input type="text" value="0.018"/>
Intensité du trafic (rho) :	<input type="text" value="1.39"/>		Nombre minimum de serveurs :	<input type="text" value="2"/>
Intervalle entre arrivées :	<input type="text" value="0.013175"/>		Cadence d'arrivée (lambda) :	<input type="text" value="75.901"/>
Temps moyen de service :	<input type="text" value="0.018349"/>		Cadence de service (mu) :	<input type="text" value="54.499"/>
Intensité du trafic (rho) :	<input type="text" value="1.39"/>		Nombre minimum de serveurs :	<input type="text" value="2"/>

# Les formules de calcul analytiques

Colonne de gauche : un seul serveur, colonne de droite : plusieurs serveurs S

- $A = \rho = \frac{\lambda}{\mu}$  = trafic offert (nombre moyen d'arrivées pendant le temps moyen de service). Attention à ne pas oublier S, le nombre de serveurs

	File M/M/1	File M/M/S
Probabilité système vide (P0)	$1 - A$	$\frac{1}{\sum_{k=0}^{S-1} \frac{A^k}{k!} + \frac{A^S}{S!} \frac{1}{1 - A/S}}$
Probabilité d'attente (Pa)	$A$	$P0 \cdot \frac{A^S}{(S-1)!(S-A)}$
Nombre moyen de clients dans le système (<N>)	$\frac{A}{1-A}$	$A \left( 1 + \frac{Pa}{S-A} \right)$
Nombre moyen de clients en attente (<Na>)	$\frac{A^2}{1-A}$	$A \cdot \frac{Pa}{S-A}$
Nombre moyen de clients en service (au guichet) (<Ns>)	$A$	$A$
Temps moyen de séjour dans le système ( $\tau$ )	$\frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{1-A}$	$\frac{1}{\mu} \cdot \left( 1 + \frac{Pa}{S-A} \right)$
Temps moyen d'attente ( $\tau_a$ )	$\frac{A}{\mu(1-A)}$	$\frac{Pa}{\mu(S-A)}$
Condition d'atteinte de l'équilibre (« pas d'engorgement »)	$\frac{\lambda}{\mu} < 1$	$\frac{\lambda}{S\mu} < 1$

# Les calculs analytiques

- Choix du nombre de serveurs
  - Le nombre minimum de serveurs est calculé à partir des données physiques
  - On peut sélectionner un nombre supérieur (10 au maximum)
- Les calculs sont effectués automatiquement
- Ils peuvent être conservés dans le tableau pour comparaison en cliquant sur le bouton **Analytique** (ligne bleue)

Cadence d'arrivée (lambda) :	<input type="text" value="75.9"/>		Intervalle entre arrivées :	<input type="text" value="0.013"/>	Coût lié à l'attente :	<input type="text" value="9.87"/>	Nombre d'arrivées :	<input type="text" value="100"/>
Cadence de service (mu) :	<input type="text" value="54.5"/>		Temps moyen de service :	<input type="text" value="0.018"/>	Coût inactivité serveur :	<input type="text" value="1.64"/>	Arrivées affichées :	<input type="text" value="40"/>
Intensité du trafic (rho) :	<input type="text" value="1.39"/>		Nombre minimum de serveurs :	<input type="text" value="2"/>	Coût fixe serveur :	<input type="text"/>	Durée de la simulation :	<input type="text" value="1.31"/>
Nombre de serveurs :	<input type="text" value="3"/>		Taux d'utilisation (%) :	<input type="text" value="46.42"/>	% temps système vide :	<input type="text" value="0.2379"/>	Probabilité d'attente :	<input type="text" value="0.1999"/>
Nombre moyen clients :	<input type="text" value="1.5659"/>		Nombre moyen clients en cours :	<input type="text" value="1.39"/>	Temps moyen de séjour :	<input type="text" value="0.0206"/>	Coût d'attente des clients :	<input type="text" value="1.71"/>
Nombre clients en attente :	<input type="text" value="0.1732"/>		Temps moyen d'attente :	<input type="text" value="0.0023"/>	Temps d'inactivité serveurs :	<input type="text" value="1.6073"/>	Coût d'inactivité des serveurs :	<input type="text" value="2.64"/>

# Saisie des données de coût

- Trois types de coût
  - *Tous les coûts sont ramenés à l'unité de temps*
  - Coût lié à l'attente
    - Coût fictif (estimé) d'attente de chaque client
  - Coût d'inactivité d'un serveur
    - Coût lié au fait que l'on paye un serveur qui n'apporte pas de valeur
  - Coût fixe d'un serveur
    - Coût engendré par le fait d'activer un serveur supplémentaire

Coût lié à l'attente :

Coût inactivité serveur :

Coût fixe serveur :

# Paramètres de simulation

Nombre d'arrivées :

Arrivées affichées :

- Nombre d'arrivées simulées
  - de 100 à 1000
- Nombre d'arrivées affichées
  - de 30 à 100 (ajuster selon la largeur de l'écran)
- A l'issue de la simulation, le système affiche la date de la dernière sortie

# Principe de la simulation

- Le système simule le nombre d'arrivées de clients spécifié avec des intervalles tirés au hasard dans une loi exponentielle
- Le client est affecté au premier serveur libre à sa date de libération
- Sa date de sortie (et donc la date de libération du serveur) est déterminée à partir d'une durée de service tirée au hasard dans une loi exponentielle
- Tris types d'événements
  - Arrivée d'un client dans la file d'attente
  - Début de service sur un serveur
  - Fin de service et libération du serveur

# Les options de simulation



- **Option 1** : le système un nouveau jeu de données (intervalles entre arrivées et durées de service) par tirage aléatoire dans une loi exponentielle
  - *Chaque tirage donne des résultats différents*
- **Option 2** : avec le jeu de données précédemment utilisé, on peut simuler un autre nombre de serveurs
- **Option 3** : on utilise les données historiques entrées à partir d'une feuille Excel sur deux colonnes pour chaque client :
  - La date (heure) d'arrivée
  - La durée du service
  - *La liste doit être triée par date d'arrivée croissante*
  - *Il faut autant de lignes que le nombre d'arrivées spécifié*

# L'entrée d'un historique

- **Le principe simple : copier sur Excel et copier dans le simulateur**
- Sélectionner et copier les données sur la feuille Excel sans les titres
- Sur la fenêtre **Entrée de l'historique**, cliquer sur le première ligne de la première colonne puis coller les données
- Cliquer sur **Vérifier la liste**
  - Erreurs identifiées : la cellule ou vide ou ne contient pas un nombre
- Cliquer sur **OK**, le jeu de données peut être utilisé

	A	B
1	Date événement	Durée
2	0,000000	0,006767
3	0,008282	0,007929
4	0,030153	0,012503
5	0,034582	0,009511
6	0,059938	0,016091
7	0,060553	0,012637
8	0,063914	0,000435
9	0,075176	0,028748
10	0,082940	0,008804
11	0,083805	0,010342
12	0,102095	0,009689
13	0,152254	0,006218
14	0,160948	0,005538
15	0,199775	0,016242
16	0,202752	0,029726
17	0,220799	0,080214
18	0,226491	0,013724
19	0,233769	0,044977
20	0,240824	0,027117
21	0,243286	0,014023

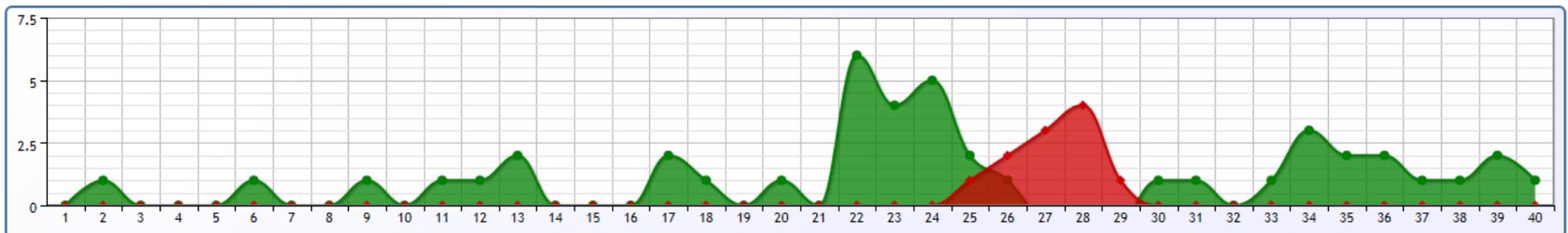


	Dates d'arrivée	Durée du service
1	0	0.00676682893833067
2	0.00828215590243979	0.00792857643273656
3	0.0301525768432578	0.0125026311598728
4	0.0345817825810437	0.0095106002901289
5	0.0599384872305858	0.0160907614606685
6	0.060552769419106	0.0126368670504958
7	0.0639144766647669	0.000435405609858957
8	0.0751763363361946	0.0287477620827895
9	0.0829396796475659	0.00880369241665716
10	0.0838051988911088	0.0103421717679058
11	0.102095425509168	0.00968888612101164
12	0.152254249047752	0.00621809178694474
13	0.160947655216915	0.00553830682183735
14	0.19977496956615	0.0162418001796004
15	0.202752181215675	0.0297255848805179
16	0.220798717822448	0.0802135851781197
17	0.226491486877325	0.0137235383488072
18	0.233768785677631	0.0449773864399539
19	0.240823621967938	0.0271173336714553
20	0.243286393992719	0.0140233811900945

# La simulation

- Le tableau donne le détail du traitement de chaque client
- La longueur de la file d'attente ainsi que le nombre total de clients dans le système sont calculés
- Le graphique présente
  - en rouge l'évolution de la file d'attente
  - en vert, le nombre de clients dans le système
- Le détail est accessible par le bouton **Listes des événements**

#	Date d'arrivée	Intervalle	Numéro serveur	Temps d'attente	Date début	Durée service	Date fin	Temps séjour	Longueur File	Nb Clients
1	0.0000	0.0000	1	0.0000	0.0000	0.0083	0.0083	0.0083	0	0
2	0.0322	0.0322	2	0.0000	0.0322	0.0116	0.0438	0.0116	0	1
3	0.0401	0.0079	1	0.0000	0.0401	0.0044	0.0446	0.0044	0	0
4	0.0614	0.0212	2	0.0000	0.0614	0.0101	0.0714	0.0101	0	0
5	0.1242	0.0629	1	0.0000	0.1242	0.0130	0.1373	0.0130	0	0
6	0.1273	0.0031	2	0.0000	0.1273	0.0020	0.1293	0.0020	0	1
7	0.1436	0.0163	2	0.0000	0.1436	0.0117	0.1554	0.0117	0	0
8	0.1617	0.0180	1	0.0000	0.1617	0.0080	0.1697	0.0080	0	0
9	0.1638	0.0022	2	0.0000	0.1638	0.0049	0.1687	0.0049	0	1
10	0.1722	0.0084	2	0.0000	0.1722	0.0008	0.1730	0.0008	0	0



# La liste des événements simulés

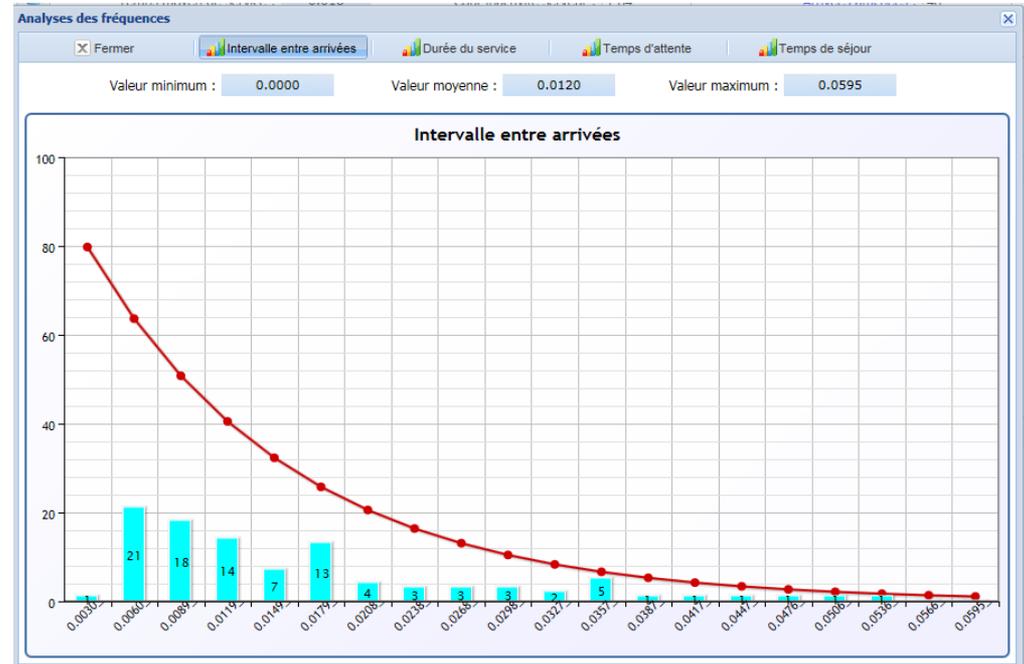
- Ils sont présentés dans l'ordre où ils ont été traités par le simulateur

Date événement	Type	Client #	Durée	Serveur	Date Fin	Longueur file	Nb Clients
0.0000	Arrivée	1	0.0016			1	1
0.0000	Service	1		1	0.0016	0	1
0.0016	Sortie	1		1		0	0
0.0424	Arrivée	2	0.0135			1	1
0.0424	Service	2		2	0.0559	0	1
0.0559	Sortie	2		2		0	0
0.0959	Arrivée	3	0.0072			1	1
0.0959	Service	3		1	0.1031	0	1
0.1031	Sortie	3		1		0	0
0.1352	Arrivée	4	0.0013			1	1
0.1352	Service	4		2	0.1366	0	1
0.1366	Sortie	4		2		0	0
0.1372	Arrivée	5	0.0312			1	1
0.1372	Service	5		1	0.1684	0	1
0.1536	Arrivée	6	0.0021			1	2
0.1536	Service	6		2	0.1557	0	2
0.1557	Sortie	6		2		0	1
0.1622	Arrivée	7	0.0061			1	2
0.1622	Service	7		2	0.1682	0	2
0.1662	Arrivée	8	0.0011			1	3
0.1682	Sortie	7		2		1	2
0.1682	Service	8		2	0.1693	0	2
0.1684	Sortie	5		1		0	1
0.1693	Sortie	8		2		0	0
0.1789	Arrivée	9	0.0146			1	1

En bleu : les arrivées  
En vert, les début de service  
En rouge, les sorties

# Les analyses

- Quatre analyses
  - Intervalle entre arrivées
  - Durée du service
  - Temps d'attente
  - Temps de séjour
- Les données sont regroupées en 10 classes équi-réparties à partir du maximum observé



# Fonctions de service

- Bouton **Ouvrir**
  - Permet d'ouvrir un fichier de paramètres
- Bouton **Enregistrer**
  - Enregistre les paramètres dans un fichier dont on choisit la destination
  - Ce fichier peut être mis à la disposition des étudiants en le copiant dans le répertoire **Documents du cours**